

1.1 PORCENTAJE

Según el diccionario de la lengua castellana, porcentaje es:

La cantidad de rendimiento útil dado por cada cien unidades de una cosa.

Tres incógnitas pueden presentarse con relación al concepto expresado:

- Porcentaje
- Rendimiento
- Cantidad de Elementos

Desde el punto de vista matemático, cualquiera de ellos puede obtenerse a partir de los otros dos:

1.1.1 CALCULO DEL RENDIMIENTO

Se trata de averiguar cual es el rendimiento x que se obtiene luego de aplicar un porcentaje y a una cantidad dada a .

Aplicando regla de tres simple:

Si a **100** unidades corresponde un porcentaje de rendimiento: y

a **1** unidad el rendimiento es **100** veces menor: $\frac{y}{100}$

y para **a** unidades el rendimiento será **a** veces mayor: $\frac{y \cdot a}{100}$

por lo tanto el rendimiento x será:

$$x = \frac{y \cdot a}{100}$$

La fórmula precedente se aplica cuando el rendimiento está dado por cada cien unidades, es decir, es un *porcentaje* o también un *tanto por ciento* (%).

Para calcular el tanto por mil, se debe aplicar el mismo criterio que para obtener el tanto por ciento; pero al aplicar la fórmula se divide por mil en lugar de cien.

Cuando el rendimiento se calcula por cada mil unidades, se dice que el mismo es un *tanto por mil* (‰).

El tanto por mil es generalmente usado cuando el porcentaje a aplicar es inferior a la unidad.

Ejemplo:

¿Cuántas piezas aprobadas se esperan obtener de la producción de 55.800 unidades, sabiendo que el porcentaje de material que normalmente cumple con los requisitos de producción es del 97 por ciento?

Resolución: Sabiendo que: $y = 97$; $a = 55800$

Aplicando la fórmula: $x = \frac{97 \cdot 55800}{100} = 54126$

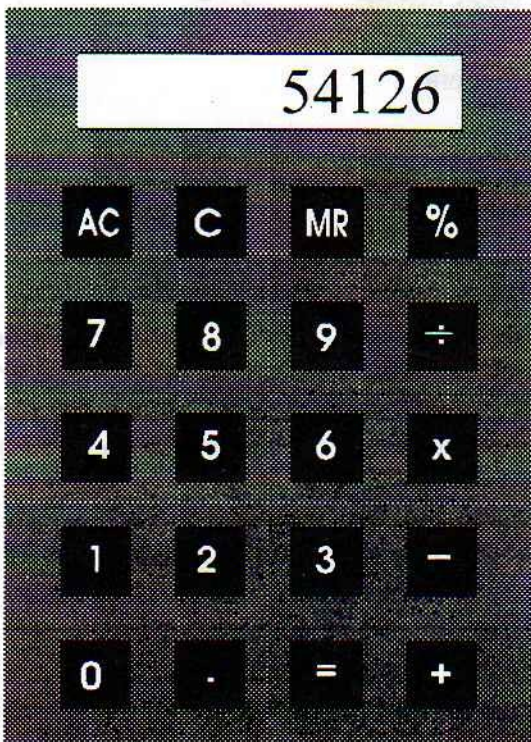
Resultado: Se esperan obtener 54.126 piezas aprobadas.

Ejercicios:

1) ¿Cuál será la ganancia bruta en la venta de un producto cuyo precio de costo fue de \$ 564.-, si sobre dicho importe se calculó un margen del 25%?

2) ¿Cuántos litros de alcohol se habrán volatilizado de un cargamento de 28.750 litros, si se recibió un 3 ‰ menos?

USO DE CALCULADORA ELEMENTAL



El cálculo de porcentajes puede hacerse de dos formas distintas:

Usando la tecla **%**
 $55800 \times 97 \% = 54126$

Usando la tecla **=**
 $55800 \times .97 = 54126$

El primer sistema permite deducir, si se trata de un descuento, o sumar, si es un recargo, el porcentaje obtenido de la cifra original, pulsando las teclas **+** ó **-** a continuación de **%**

El segundo sistema permite efectuar otros cálculos sobre la base del resultado obtenido.

1.1.2 CALCULO DEL PORCENTAJE

Cuando la incógnita es el porcentaje y aplicado a un rendimiento conocido x de una cantidad dada a , para obtener la fórmula que nos permita calcular dicha incógnita y , partimos de:

$$x = \frac{y \cdot a}{100}$$

Para despejar y , se multiplican ambos miembros por 100 y se los divide por a :

$$\frac{x \cdot 100}{a} = \frac{y \cdot a \cdot 100}{100 \cdot a}$$

Simplificando y ordenando:

$$y = \frac{x \cdot 100}{a}$$

Ejemplo:

¿Qué porcentaje de analfabetos existe en una población de 7.780.680 habitantes, de los cuales 194.517 no saben leer ni escribir?

Resolución: Sabiendo que: $x = 194517$; $a = 7780680$

Aplicando la fórmula: $y = \frac{194517 \cdot 100}{7780680} = 2,5$

Resultado: Existe un 2,5% de analfabetos.

Ejercicios:

1) ¿Qué porcentaje de producción tiene un plantel de 2.300 gallinas que pone un promedio diario de 1.403 huevos?

2) ¿Qué porcentaje de utilidad arrojó una empresa con un capital de \$ 500.000.-, cuyo estado económico mostró una ganancia de \$ 75.500.-?

1.1.3 CALCULO DE LOS ELEMENTOS SOBRE LOS QUE SE CALCULA EL RENDIMIENTO

Para calcular los elementos a sobre los que se ha aplicado un porcentaje conocido y , el que ha producido un rendimiento determinado x , se parte también de:

$$x = \frac{y \cdot a}{100}$$

Para despejar a , se multiplican ambos miembros por 100 y se los divide

$$\frac{x \cdot 100}{y} = \frac{y \cdot a \cdot 100}{100 \cdot y}$$

Simplificando y ordenando:

$$a = \frac{x \cdot 100}{y}$$

Ejemplo:

¿Cuántos repollos se adquirieron, sabiendo que 15 de ellos llegaron en mal estado, lo que representó un 2% del total adquirido?

Resolución: Sabiendo que: $x = 15$; $y = 2$

Aplicando la fórmula: $a = \frac{15 \cdot 100}{2} = 750$

Resultado: Se adquirieron 750 repollos.

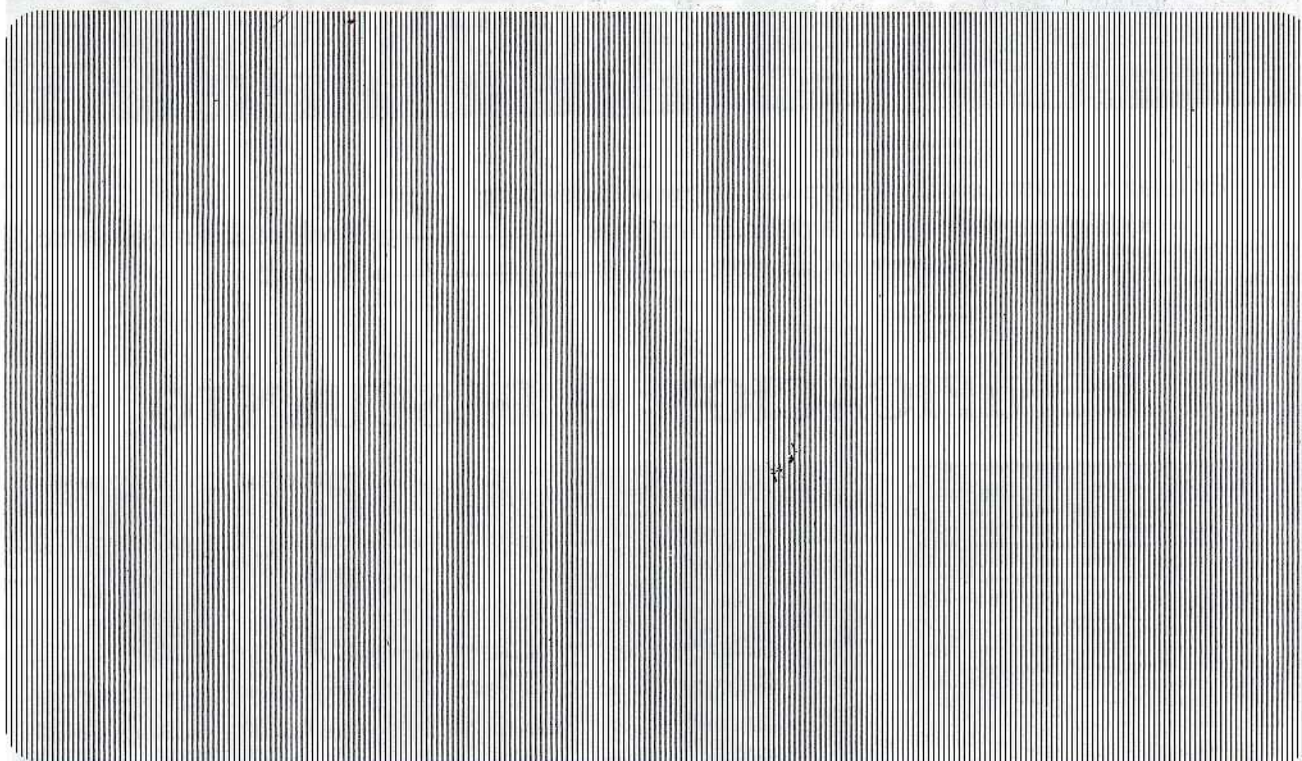
Ejercicios:

1) ¿Cuántos metros cuadrados cubiertos tendrá un edificio del que se construyeron 888 mt²., lo que representa un 48% del total a edificar?

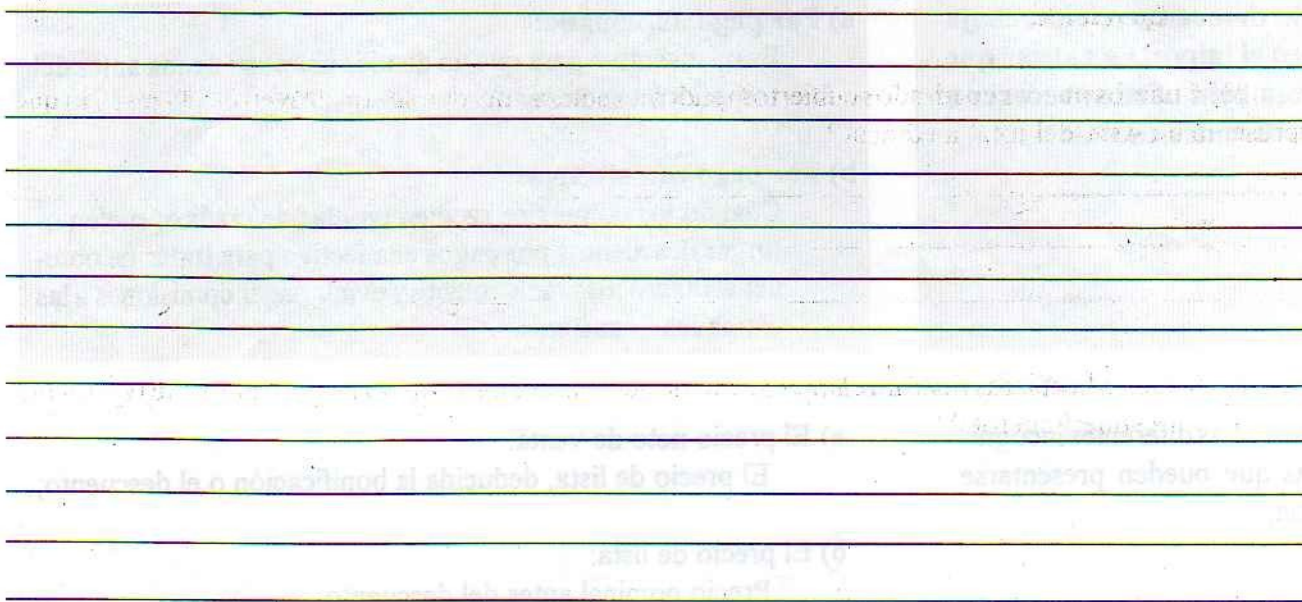
2) ¿Cuántas hectáreas tiene un campo que tiene destinado a pasturas 40 hectáreas, lo que representa un 16% de su superficie total?

Tareas a cargo del alumno:

1) Pegar el detalle del costo de un producto y determinar en que porcentaje participa cada uno de los elementos que lo componen en el total.



2) Transcribir estadísticas de producción de distintas materias primas, por países, donde figure el total de la producción mundial, y determinar el porcentaje que cada país produce.



1.2 APLICACION FINANCIERA DEL PORCENTAJE

En la faz financiera, el cálculo del porcentaje es utilizado para:

- a) Efectuar deducciones a distintos importes: —————> Bonificación o Descuento
- b) Adicionar valores a los mismos: —————> Recargo

1.2.1 BONIFICACION O DESCUENTO

La bonificación es una rebaja en el precio de venta que obedece a distintos motivos:

- a) **Por el volumen de compra:**
Son rebajas especiales que se acuerdan para incentivar las ventas;
- b) **Por compra de mercaderías al final de temporada:**
Rebajas que se conceden para evitar que queden en existencia mercaderías pasadas de moda o cuyo uso se realiza en determinadas estaciones del año;
- c) **Por compra de mercaderías deterioradas o con otras fallas:**
Estas rebajas de precio se otorgan para facilitar el expendio de mercaderías que de otra forma no podrían venderse.

El descuento es una rebaja en el importe a cobrar que también puede obedecer a diferentes causas:

- a) **Por pago anticipado:**
Es un incentivo para que un deudor abone su deuda antes del respectivo vencimiento;
- b) **Por pago con efectivo:**
Cuando los comercios reciben tarjetas de crédito, suelen otorgar descuentos por pagos en efectivo para tratar de obtener el dinero más rápidamente y evitar pagar comisiones a las entidades financieras.

Las diferentes incógnitas que pueden presentarse son:

- a) El precio neto de venta:
El precio de lista, deducida la bonificación o el descuento;
- b) El precio de lista:
Precio nominal antes del descuento;
- c) El porcentaje de la bonificación o descuento.

1.2.1.1 CALCULO DEL PRECIO NETO DE VENTA

Para calcular el precio neto de venta x , dado un precio de lista a al cual se aplica un porcentaje de bonificación o descuento y , debemos restar al precio de lista, el importe de la bonificación $y \cdot a$, o sea:

$$x = a - y \cdot a$$

sacando factor común a en el segundo miembro:

$$x = a (1 - y)$$

Para facilitar la resolución de estos problemas, consideraremos a y como la tasa de bonificación, es decir el porcentaje dividido 100.

Ejemplo:

Calcular el precio neto de venta de un producto cuyo precio de lista es de \$ 150.-, con las siguientes bonificaciones por cantidad de compra:

- de 11 a 50 unidades: 2%
- de 51 a 100 unidades: 3%
- más de 100 unidades: 5%

Resolución:

Sabiendo que $a = \$ 150$; $y_1 = \frac{2}{100} = 0,02$; $y_2 = \frac{3}{100} = 0,03$; $y_3 = \frac{5}{100} = 0,05$

Aplicando la fórmula:

$$\begin{aligned}x_1 &= 150 (1 - 0,02) = 147.- \\x_2 &= 150 (1 - 0,03) = 145,50 \\x_3 &= 150 (1 - 0,05) = 142,50\end{aligned}$$

Resultado: Los precios netos de venta serán para:

11 a 50 unidades	\$ 147.-
51 a 100 unidades	\$ 145,50
más de 100 unidades	\$ 142,50

Ejercicios:

Determinar el precio neto de venta de mercaderías, deducida bonificación del 30% por cese de temporada, cuyos precios de lista eran: 1) \$ 350.-; 2) \$ 145.- Y 3) \$ 420.-

1.2.1.2 CALCULO DEL PRECIO DE LISTA

La incógnita a resolver es el precio de lista a , partiendo de un precio neto x al que se llegó después de aplicar un porcentaje de bonificación o descuento y .

Partiendo de: $x = a(1 - y)$

despejando a :

$$a = \frac{x}{1 - y}$$

Ejemplo:

¿Cuál habrá sido el precio de lista de mercaderías a las que se le aplicó una bonificación del 25% y cuyos precios netos de venta fueron: 1) \$ 72,60; 2) \$ 31,95 y 3) \$ 63,75?

Resolución:

Sabiendo que $y = 0,25$; $x_1 = 72,60$; $x_2 = 31,95$; $x_3 = 63,75$

Aplicando la fórmula:

$$a_1 = \frac{72,60}{1 - 0,25} = 96,80$$

$$a_2 = \frac{31,95}{1 - 0,25} = 42,60$$

$$a_3 = \frac{63,75}{1 - 0,25} = 85,00$$

Uso de Calculadora Elemental
 Para aplicar divisor constante se debe presionar dos veces seguidas la tecla **%**, en el ejemplo:

1	=	.25	%	%	72.6	=	96.8
					31.95	=	42.6
					63.75	=	85

Resultado: Los precios de lista fueron: 1) \$ 96,80
 2) \$ 42,60
 3) \$ 85,00

Ejercicios:

¿Cuál es el precio de lista de los productos que se indican, a los cuales se les aplicó una bonificación del 7%: 1) \$ 90,21; 2) \$ 31,62 y 3) 97,65.

1.2.1.3 CALCULO DE LA TASA DE BONIFICACION

Aquí la incógnita es la tasa de bonificación y , que aplicada a un precio de lista dado a resulta un precio neto conocido x .

Partiendo de: $x = a (1 - y)$

despejando y :

$$y = 1 - \frac{x}{a}$$

Ejemplo:

¿Que porcentajes de bonificación se habrán aplicado a un producto cuyo precio de lista era de \$ 25.- y que se vendió a los siguientes precios netos?

De 101 a 1.000 unidades: \$ 24,25
 De 1.001 a 5.000 unidades: \$ 23,75
 Más de 5.000 unidades \$ 22,50

Resolución:

Sabiendo que $a = 25.-$; $x_1 = 24,25$; $x_2 = 23,75$; $x_3 = 22,50$

Aplicando la fórmula:

$$a_1 = \frac{25 - 24,25}{25} = 0,03 = 3\%$$

$$a_2 = \frac{25 - 23,75}{25} = 0,05 = 5\%$$

$$a_3 = \frac{25 - 22,50}{25} = 0,10 = 10\%$$

Uso de Calculadora Elemental

25	=	24.25	%	25	=	0.03
25	=	23.75	%	25	=	0.05
25	=	22.5	%	25	=	0.1

Resultado: Las bonificaciones otorgadas fueron: 1) 3%
 2) 5%
 3) 10%

Ejercicios:

Determinar la bonificación otorgada a los siguientes productos, cuyos precios fueron:

Producto A:	Precio de Lista \$ 35,50	Precio Neto: \$ 31,24
Producto B:	Precio de Lista \$ 48,20	Precio Neto: \$ 38,56
Producto C:	Precio de Lista \$ 22,00	Precio Neto: \$ 18,70

1.2.2 RECARGOS

El recargo es un adicional que se cobra por diversas causas, como pueden ser:

- Atraso en el pago de deudas;
- Pago, después del vencimiento, de impuestos o servicios prestados por entidades oficiales o privadas;
- Pago con tarjetas de crédito.

1.2.2.1 CALCULO DEL IMPORTE A PAGAR

Para calcular el importe a pagar x , dado un valor original a al cual se le agrega una tasa de recargo y , debemos sumar al valor original, el recargo calculado sobre dicho valor $y \cdot a$, o sea:

$$x = a + y \cdot a$$

sacando factor común a :

$$x = a(1 + y)$$

Ejemplo:

¿Cuánto deberá abonarse por una factura de energía eléctrica de \$ 85.-, a los 10, 20 ó 30 días posteriores al vencimiento, si se le recarga un adicional del 1%, 2% y 3% respectivamente?

Resolución:

Sabiendo que $a = \$ 85$;

$$y_1 = \frac{1}{100} = 0.01; \quad y_2 = \frac{2}{100} = 0.02; \quad y_3 = \frac{3}{100} = 0.03$$

Aplicando la fórmula:

$$x_1 = 85(1 + 0.01) = 85,85$$

$$x_2 = 85(1 + 0.02) = 86,70$$

$$x_3 = 85(1 + 0.03) = 87,55$$

Resultado:

Los importes a pagar son:

a 10 días: \$ 85,85

a 20 días: \$ 86,70

a 30 días: \$ 87,55

Uso de Calculadora Elemental

Para aplicar factor constante se debe presionar dos veces seguidas la tecla **X**, en el ejemplo:

85	X	X	1.01	=	85.85
			1.02	=	86.7
			1.03	=	87.55

Ejercicios:

Calcular los importes que deberán abonarse por una deuda de \$ 6.250.- si se cobran los siguientes recargos: por 30 días de atraso un 2,5%, por 60 días, 5% y por 90 días, 7,5%

1.2.2.2 CALCULO DEL IMPORTE SOBRE EL QUE SE CALCULO EL RECARGO

En este problema, el importe a determinar es el valor original a , de un pago efectuado con recargo x conociendo la tasa de recargo aplicada y .

Partiendo de: $x = a (1 + y)$

despejando a :

$$a = \frac{x}{1 + y}$$

Ejemplo:

¿Cuánto se debía pagar originalmente si con un recargo del 8%, se abonaron \$ 586,44; \$ 351.- y \$ 741,96?

Resolución:

Sabiendo que $y = 0,08$; $x_1 = 586,44$; $x_2 = 351.-$; $x_3 = 741,96$

Aplicando la fórmula:

$$a_1 = \frac{586,44}{1 + 0,08} = 543$$

$$a_2 = \frac{351}{1 + 0,08} = 325$$

$$a_3 = \frac{741,96}{1 + 0,08} = 687$$

Uso de Calculadora Elemental					
1.08	%	%	586.44	=	543
			351	=	325
			741.96	=	687

Resultado:

Sin recargos, se deberían haber pagado \$ 543.-; \$ 325.- y \$ 687.-

Ejercicios:

Determinar los importes de las deudas originales a las cuales se les aplicaron los recargos que se señalan, dando lugar a los siguientes pagos: 1) abonado \$ 354,20 con un recargo incluido del 15%; 2) \$ 763,23 con un recargo del 3% y 3) \$ 583,86 con un recargo del 11%
